Семененко М.Г.,

лауреат премии
им. А.Я. Хинчина, 2006 г.,
Калужский филиал Всероссийского
заочного финансово-экономического
института, г. Калуга

АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ФИНАНСОВЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ В МОДЕЛИ ХОЛЬТА-УИНТЕРСА

В 60-х годах была сформулирована гипотеза эффективного рынка (ЕМН), согласно которой изменения цен независимы и могут быть рассмотрены как случайное блуждание. При этом прошлая ценовая информация не отражается на будущих ценах. В противоположность ЕМН была выдвинута фрактальная теория рынка (FMH), согласно которой временные ряды изменений цен могут иметь тренды и циклы. Инвесторы оценивают активы в некотором диапазоне цен, который определяется фундаментальной информации о доходах, управлении, новой продукции и текущей экономической обстановке. Обзор данных теорий сделан, например, в [1].

Финансовые показатели, подверженные сезонным колебаниям, удовлетворительно моделируются временными рядами, включающими в себя как тренд, так и сезонную компоненту (так называемые тренд-сезонные временные ряды). Для краткосрочного прогнозирования таких процессов можно использовать адаптивные модели с сезонной компонентой, например, модель Хольта-Уинтерса [2 - 4].

Описание модели

Мультипликативная модель Хольта-Уинтерса с линейным ростом имеет вид:

$$Y_p(t + k) = [a(t) + kb(t)]\, F(t + k-L)\,, \qquad (1)$$

где k - период упреждения; $Y_p(t)$ - расчетное значение экономического показателя для t-го периода; a(t), b(t) и F(t) - коэффициенты модели; L - период сезонности (для квартальных данных L = 4, для ежемесячных L = 12).

Значение F(t + k - L) является значением коэффициента сезонности того периода, для которого рассчитывается экономический показатель. Очевидно, что для малых значений t аргумент функций F будет отрицательным.

Уточнение коэффициентов модели проводится по формулам:

$$a(t) = \alpha_1 Y(t)/F(t - L) + (1 - \alpha_1)\, [a(t - 1) + b(t - 1)]; \qquad (2)$$

$$b(t) = \alpha_3[a(t) - a(t - 1)] + (1 - \alpha_3)b(t - 1); \qquad (3)$$

$$F(t) = \alpha_2 Y(t)/a(t) + (1 - \alpha_2)F(t - L). \qquad (4)$$

В качестве примера рассмотрим моделирование и прогнозирование динамики цены акции [2]. Исходные данные за 16 кварталов представлены в табл.1.

Для оценки начальных значений а(0) и Ь(0) применяют линейную модель метода наименьших квадратов (МНК) к первым члениим ряда (в рассматриваемом примере месячных данных за четыре года для построения линейной модели используют первые восемь членов ряда).

Значения коэффициентов сезонности для отрицательных значений аргумента рассчитываются как среднее арифметическое за несколько соответствующих периодов. Например, в рассматриваемом далее примере значение F(-3) вычисляется как Y(l)/Ylin(1) + Y(5)/Ylin(5). Значения коэффициентов сезонности для положительных значений аргумента вычисляются по формуле (4).

Таблица 1. Динамика цены акции за 16 кварталов

t	Y(t)
1	304
2	320
3	334
4	347
5	323
6	342
7	365
8	375
9	342
10	365
11	378
12	399
13	363
14	388
15	419
16	418

Для значений $t \geq 1$ значения Yp вычисляются по формуле (1). Затем по формулам (2)-(4) вычисляются текущие значения всех параметров модели.

Прогнозируемые значения Yp рассчитываются по формуле (1) при фиксированном t (в данном случае это значение равно 16) и различных значениях k (в рассматриваемом примере значение k меняется от 1 до 4).

Очевидно, что наиболее сложным и нетривиальным пунктом данной модели является подбор коэффициентов α_1, α_2, α_3 . Будем далее обозначать это множество коэффициентов символом α. На рис.1 и 2 показано поведение опытных и модельных значений динамики показателя для различного набора значений α.

Поскольку в уравнение (1) предыдущее значение показателя входит не явно, применение традиционных методик, таких как метод градиентного спуска или формализм нейронных сетей, является сложным и неудобным. Более подходящими являются различим модификации симплекс-метода [5]. Однако недостатком этого алгоритма является медленная сходимость и достаточно громоздкая программная реализация.

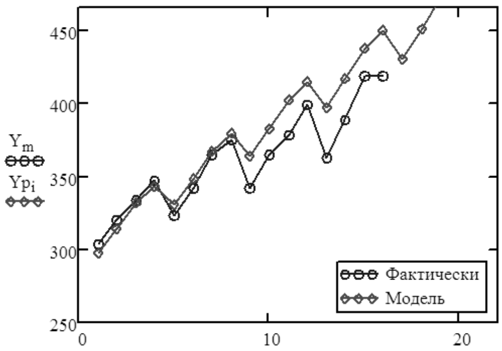

Рис. 1. График исходных и расчетных данных для значений $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$

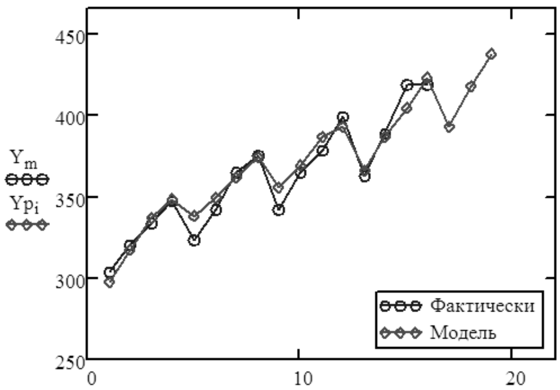

Рис. 2. График исходных и расчетных данных для значений $\alpha_1 = 0{,}3$, $\alpha_2 = 0{,}6$, $\alpha_3 = 0{,}3$

Описание алгоритма

В данной работе мы предлагаем простой, но достаточно эффективный алгоритм нахождения подходящих значений параметров α в модели Хольта-Уинтерса. В качестве параметра, определяющего качество модели при фиксированном наборе значений α, выберем часто применяющийся в теории нейронных сетей функционал

$$Err = \sum(\hat{y} - y)^2 \ ,$$

где $\hat{y}$ и y - модельные и табличные значения результирующего фактора соответственно. Будем называть данный функционал функционалом ошибки. Для значений $\alpha_1 = 0{,}3$, $\alpha_2 = 0{,}6$ и $\alpha_3 = 0{,}3$ значение функционала ошибки равно 950,75.

Поскольку значения α_1, α_2 и α_3 принадлежат интервалу [0; 1], разобьем данный интервал на N отрезков равной величины 1/N. В результате получим разбиение единичного трехмерного куба в пространстве ($\alpha_1|$, α_2 , α_3). Вычислим значение функционала Err в каждой точке разбиения и выберем множество ($\alpha_1|$, α_2 , α_3), соответствующее минимуму значений функционала, которое и примем как решение задачи. Результаты моделирования представлены на рис.3. Данное решение задачи соответствует значениям $\alpha_1 = 0{,}4$, $\alpha_2 = 0{,}5$ и $\alpha_3 = 0{,}2$. Значение функционала ошибки равно *940,17*.

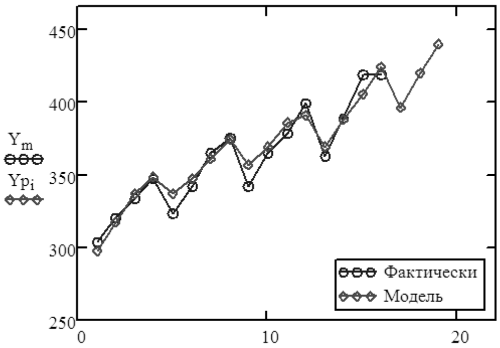

Рис. 3. График исходных и расчетных данных для значений $\alpha_1 = 0{,}4$, $\alpha_2 = 0{,}5$ и $\alpha_3 = 0{,}2$

Результаты и обсуждение

Как видно из рис. 2 и 3, для набора значений параметров α (0,4; 0,5; 0,2) и (0,3; 0,6; 0,3) результаты моделирования визуально практически не отличаются. Таким образом, значения этих параметров не являются достаточно специфическими и не могут существенно отражать природу динамических процессов.

В то же время применение описанного выше алгоритма не представляет существенных трудностей при программной реализации и дает достаточно хорошие результаты, что дает возможность использовать этот алгоритм для краткосрочных экономических прогнозов курса иностранных валют, биржевых индексов и т.п.

Расчеты выполнены с применением пакета прикладных программ Mathcad.

Литература:

1. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. - М.: Мир, 2000. - 333 с.
2. Финансовая математика: Методические указания по изучению дисциплины и контрольные задания. - М.: ВЗФЭИ, 2002. - 78 с.
3. Дайитбегов Д. М. Компьютерные технологии анализа данных в эконометрике. - М.: Вузовский учебник, 2008. -592 с.
4. Hyndman et. al. Forecasting with Exponential Smoothing: A State Space Approach. - Springer, 2008. - 162 p.
5. Тархов Д.А. Нейронные сети. Модели и алгоритмы. - М.: Радиотехника, 2005. - 256 с.