

Описание системы

Хрусталева М.М.(студ. 4 курс СПбГПУ)

Рассмотрим систему, состоящую из трех ЭВМ, среди которых одна – резервная. Будем предполагать, что рабочее состояние системы определяется наличием двух работающих ЭВМ. Граф состояний такой системы представлен на рисунке 1.

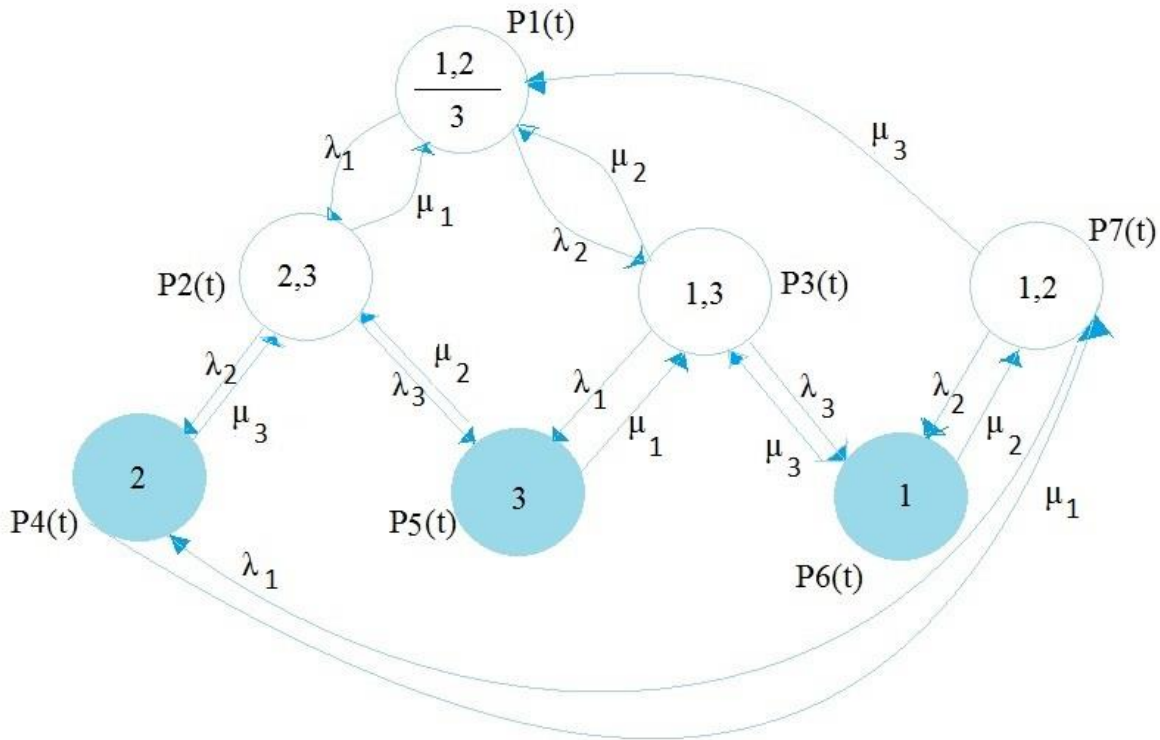


Рис.1 Граф системы

Номер состояния (вершины графа)	Текущие состояния ЭВМ			Состояние системы	Вероятность состояния
	работающие	Отказовые	Резервные		
1	1,2	-	3	рабочее	P_1
2	3,2	1	-	рабочее	P_2
3	1,3	2	-	рабочее	P_3
4	2	1,3	-	отказовое	P_4
5	3	1,2	-	отказовое	P_5

Систему можно также описать в виде таблицы состояний

Таблица 1

6	1	2,3	-	отказовое	P_6
7	1,2	3	-	рабочее	P_7

Составим уравнения Колмогорова и осуществим некоторые преобразования, в соответствии с известными правилами, приведенными [здесь](#).

Матрица A системы уравнений Колмогорова имеет вид:

$$A = \begin{matrix} & -\lambda_2 & \mu_1 & \mu_2 & 0 & 0 & 0 & \mu_3 \\ & \lambda_1 & -\mu_1 - \lambda_2 - \lambda_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \lambda_2 & 0 & -\mu_2 - \lambda_2 - \lambda_3 & 0 & \mu_1 & 0 & 0 \\ A = & 0 & \lambda_3 & 0 & -\mu_1 & 0 & 0 & \lambda_1 \\ & 0 & \lambda_2 & \lambda_1 & 0 & -\mu_1 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & \lambda_3 & 0 & 0 & -\mu_2 & \lambda_2 \\ & 0 & 0 & 0 & \mu_1 & 0 & \mu_2 & -\mu_3 - \lambda_1 - \lambda_2 \end{matrix}$$

Чтобы избавиться от вырожденности воспользуемся матричным преобразованием и сократим размерность системы. Исключим последнее уравнение, тогда матрица системы примет вид:

$$M = R - b \cdot c$$

Где R - подматрица A с исключенными последней строкой и столбцом, b - вектор правых частей системы из 6 уравнений (первые шесть элементов последнего столбца матрицы A), c - строка, состоящая из 6 единиц.

Матрица R – матрица системы шестого порядка. Ее собственные числа совпадают с ненулевыми числами матрицы A , что доказывает корректность преобразований. Она невырожденная, что позволяет исследовать поведение системы в статике и в динамике.

В статике вектор 6×1 , установившихся вероятностей состояний вычисляется по формуле:

$$p^{(\infty)} = -M^{-1} \cdot b$$

Вероятность последнего состояния выражается разностью единицы и суммы элементов $p^{(\infty)}$. С помощью найденных вероятностей можно рассчитать различные показатели надежности (например, вероятность безотказной работы).

Для анализа поведения системы в динамике можно воспользоваться любым численным методом интегрирования. Результатом может служить, например, график поведения вероятностей во времени.