

СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ (первый опыт)

Текущий этап развития системы образования характеризуется все более широким применением новых образовательных технологий, основанных на широком использовании современных программных средств, компьютеров и компьютерных сетей. Наряду с совершенствованием традиционных технологий, информационно-компьютерные технологии (ИКТ) становятся важнейшей составляющей процесса дальнейшего повышения качества обучения. Необходимость разработки и внедрения в процесс образования подобных технологий диктуется повсеместным распространением компьютеров, требованиями повышения информативности учебных занятий, введением в учебные планы таких дисциплин, как информатика, программирование, операционные системы и проч.

Все эти требования учитывают, что будущая профессиональная деятельность молодежи будет осуществляться в условиях широкого использования компьютерной техники, расширяющейся палитры программных и аппаратурных средств.



...будущая профессиональная деятельность молодежи будет осуществляться в условиях широкого использования компьютерной техники...

Среди программных средств, которые получили в последнее время широкое распространение в образовательных учреждениях, следует отметить системы компьютерной математики (СКМ). Применению СКМ в вузах нет альтернативы [1]. Это отмечается в решении Научно-Методического Совета по математике от 19.06.04 г. Вопрос же об использовании СКМ в школах остается дискуссионным.

В то же время необходимость введения СКМ в процесс школьного образования определяется следующими факторами:

- высокой интенсивностью учебного процесса;
- требованиями повышения информативности занятий;
- стремлениями исключить рутинные операции;
- отсутствием времени на разработку учащимися сложных программ;
- требованиями вариативности решаемых типовых задач;
- простотой создания иллюстраций на базе СКМ;
- простотой символического, численного и графического решения задач и их анимации.

При решении прикладных задач в области технических наук, экономики, социологии, медицины и проч., специалистами всего мира широко используются программные системы компьютерной математики (СКМ) универсального типа (MathLAB, Mathematica, MathCAD, Maple и др.). Знание этих систем существенно облегчает получение конечного результата, его графическое представление, оформление пояснительных записок, отчетов, статей, и проч.

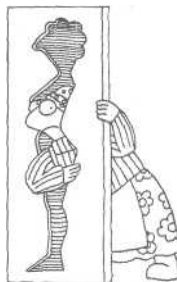
Пользователю СКМ предоставляется обширный набор средств, облегчающих

решение различных задач. Как правило, для решения своей задачи пользователь может выбрать свой путь из множества предусмотренных в СКМ подходов, либо реализовать собственный алгоритм. Поэтому использование СКМ - не механическое применение стандартного средства и заранее заготовленных шаблонов, а творческий процесс, позволяющий выделить доминирующие элементы задачи и исключить непродуктивные потери времени. Даже при разработке с помощью СКМ конкретного алгоритма, предназначенного для решения задач определенного класса, большую часть процедур программировать не нужно ввиду наличия множества встроенных функций и операторов. В их состав входит множество функций различного рода: тригонометрических, решения систем линейных и нелинейных алгебраических уравнений, вывода результатов на 2D- и 3D-графики и многие другие, в том числе - векторных и матричных функций, функций для интегрирования дифференциальных уравнений и систем и проч.

Конечно, весь арсенал средств современных СКМ применительно к школе должен быть сильно редуцирован и использован дозированно и рационально.

В некоторых специализированных средних учебных заведениях изучение СКМ включено в учебный план старших классов. К таким учебным заведениям относится, например физико-математический лицей № 239 г. Санкт-Петербурга.

По просьбе руководства лицея № 239, автор в течение нескольких последних лет проводил занятия по основам практического применения СКМ MathCAD Pro [2]. Выбор MathCAD Pro определялся включением этой СКМ в учебный план лицея. Кроме того, системы MathCAD Pro (профессиональные, наиболее полные версии, последняя из которых - MathCAD 12) имеют наиболее широкое распространение среди научно-технических работников, преподавателей и студентов



Системы MathCAD Pro предлагают пользователям широкий набор «шаблонов»...

и студентов вузов; круг пользователей этих систем постоянно и заметно расширяется.

Системы MathCAD Pro предлагают пользователю широкий набор «шаблонов» для решения математических задач, визуализации результатов с помощью графиков в декартовых, полярных координатах, трехмерных графиков различных типов. Эти «шаблоны» исключают необходимость программирования рутинных математических операций, позволяя пользователю формировать требуемый алгоритм решения своей задачи из заранее заготовленных фрагментов.

Ученики 8-11 классов лицея № 239 оказались вполне хорошо подготовленными к изучению основ MathCAD Pro. Занятия проводились в двух основных формах: регулярные уроки (информатика) и в рамках факультатива. В первом случае контингент слушателей составляли ученики определенного класса, что позволяло наиболее органично учитывать уровень их подготовки, уровень знаний и умений. Факультативную группу составляли ученики разных классов, от 8 до 11, имеющие различный багаж знаний, умений и навыков. Это несколько затрудняло проведение занятий по единой теме, делая необходимым рассматривать различные классы математических задач на каждом занятии, а иногда - и проводить фактически индивидуальные занятия с представителями каждого класса. Отмеченная неоднородность состава факультативной группы снижала интенсивность и информативность занятий, поскольку обращение к представителям старшего класса (объяснение заданий, технологии решения задач и проч.) вызывала вынужденную паузу в освоении материала учениками младших классов в факультативной группе. Однако эти небольшие затруднения не слишком сильно сказывались на том интересе, с которым ученики встречали подобные занятия.

Программа занятий формировалась вокруг основных особенностей интерфейса MathCAD Pro, формата представления данных, технологии вызова и использования различных операторов, построения циклических процедур, символьных преобразований, получения числового и графического решения задач соответствующего уровня. Большое внимание уделялось технологии использования копий полученных в MathCAD Pro результатов для формирования пояснительных записок, отчетов, рефератов в Word. Повышению информативности занятий в сильной мере способствуют новые возможности последних версий MathCAD (начиная с 11-ой), в которых появилось множество органов управления вычислительным процессом (слайдеры, кнопки, чек-боксы, списки и проч.)

Примеры и задачи выбирались из разделов математики, максимально приближенных к школьной программе, например,

- изучение и визуализация тригонометрических и алгебраических функций;
- анализ влияния параметров функций на их вид;
- построение касательных и нормалей;
- определение расстояний на плоскости, построение перпендикуляров из заданной точки на прямую;
- построение графиков кривых второго порядка, несложных поверхностей (сфероид, эллипсоид, конус), в том числе - путем вращения плоских кривых;

- преобразования алгебраических и тригонометрических выражений;

- нахождение корней уравнений;
- формирование массивов данных, их предварительное преобразование (сортировка, выделение частей, объединение отдельных массивов в единый массив);
- вычисление производных, интегралов, пределов;

-- решение систем линейных и нелинейных уравнений и проч.

Приведу несколько примеров.

На рисунке 1 приведен фрагмент mcd-файла с типовой структурой, предназначенной для изучения тригонометрических функций, роли и значения их параметров. Пример касается синусоидальной функции, параметры которой (амплитуда A , период колебаний T , фаза θ) задаются движками трех слайдеров. Рисунок 1 изображает анализируемую функцию при $A = 5$, $T = 10$, и $\theta = 0.314$. Меняя положение движков, учащийся «проигрывает» несколько моделей синусоидальных зависимостей, быстро проникая в сущность влияния каждого из параметров на результат. Слайдеры предварительно настраиваются на заданные диапазоны изменения параметров и требуемое число дискретных значений.

Подобные модели могут быть сколь угодно усложнены, например, путем выбора более сложных функций и одновременного изображения нескольких функций на одном графике.

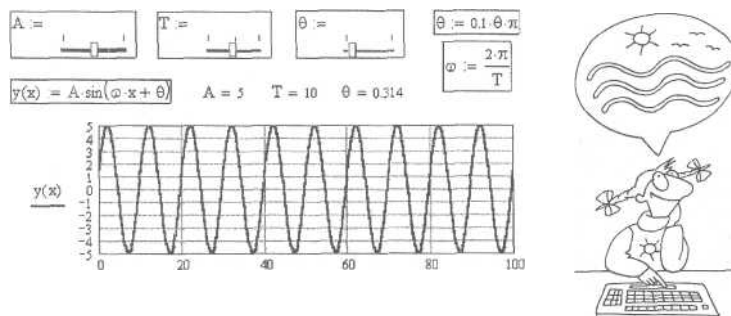


Рисунок 1.

$$L := 0.1 * L \quad L = 0.5 \quad y(x) := 2 \exp(-L \cdot x) \cdot \sin(\text{Pi} * x)$$

$$m = 0.1 \text{ m}$$

$$d(x) := dy(x)/dx \quad m = 4.5 \quad y(m) = 0.211$$

$$f(s) := y(m) + d(m) * (s - m) \quad n(s) := y(m) - (1/d(m)) * (s - m)$$

$$s := m - 1, m - 0.9 \dots m + 1.$$



Рисунок 2.

На рисунке 2 подобный подход использован для построения касательных и нормалей к функции $y(x)$ в точках, выбираемых с помощью слайдера. В данном случае в качестве функции выбрана синусоидальная функция (на рисунке 2 функция выделена заливкой и рамкой), амплитуда которой изменяется по экспоненте. С помощью символического оператора находится производная функции (на рисунке 2 обозначена $d(x)$), которая используется в выражениях для касательной $f(s)$ и нормали $n(s)$ в точке с координатами $[m, f(m)]$. Значение m выбирается слайдером. Аргумент касательной и нормали ограничен диапазоном $(m \pm 1)$ и меняется с шагом 0.1. На рисунке 2 зафиксировано положение касательной и нормали в точке функции с координатами (4.5, 0.211). Изменение положения движка слайдера m сопровождается переходом ортогональных прямых в выбранную точку. В данном примере также предусмотрен слайдер, с помощью которого задается параметр L затухания амплитуды.

Решение систем линейных алгебраических уравнений в среде MathCAD Pro на занятиях сопровождалось поиском графических решений, в процессе которого стро-

ились графики линий и определялись координаты точки их пересечения. Опыт показывает, насколько полезным является подобная визуализация для проникновения в сущность решаемой задачи, повышения информативности занятий. Этот же подход, основанный на визуализации решения, применялся и для систем нелинейных уравнений. В качестве примера, на рисунке 3 рассматривается простая задача, связанная с решением системы нелинейных уравнений. В ней ищутся координаты точек пересечения параболы и прямой линии. Вначале решение ищется традиционным способом, путем подстановки и получения корней уравнения второй степени (п.п. 1-4) на рисунке 3. При подстановке и нахождении корней используются символические операторы (позиции 2 и 3). В нижней части фрагмента (см. рисунок 3) приведено решение той же задачи с использованием так называемого вычислительного блока MathCAD, границы которого выделяются ключевыми словами Given и Find. Эти блоки позволяют решать широкий спектр задач оптимизации, решения уравнений и неравенств.

Анализ задач, подобных рассмотренной выше, полезно сопровождать графической

1. $y = x^2 + 0.5$ $x + y = 2$ Исходная система уравнений

2. $y = (x^2 + 0.5)$ $\rightarrow 5 \cdot y - 4.50 - 1 \cdot y^2$ Подстановка x=2-y в первое уравнение

3. $5 \cdot y - 4.50 - 1 \cdot y^2$ $\rightarrow (1.1771, 3.8229)$ Нахождение корней полученного выражения

4. $2 - 1.1771 = 0.8229$ $2 - 3.8229 = -1.8229$ Получение значений

Применение вычислительного блока MathCAD для решения исходной системы

Given $y = x^2 + 0.5$ $x + y = 2$

Find(x, y) float, 4 $\rightarrow \begin{pmatrix} 0.8229 & -1.8229 \\ 1.1771 & 3.8229 \end{pmatrix}$

ким решением, которое позволяет наглядно оценить число и область искомого решения, а в ряде случаев - задать начальное приближение для итеративного процесса решения.

Графическое решение рассмотренной задачи приведено на рисунке 4. В выбранном диапазоне изменения аргументов строятся графики функций и оцениваются точки их пересечения. Оценка значений координат точек пересечения упрощается с применением так называемой «трассировки» графиков в среде MathCAD, которая осуществляется вызовом окна *X-Y Trace* (позиция *Format/Graph/Trace* главного меню MathCAD) с последующим щелчком мышки по выбранной точке графика. На рисунке 4 зафиксированы примерные значения координат левой точки пересечения.

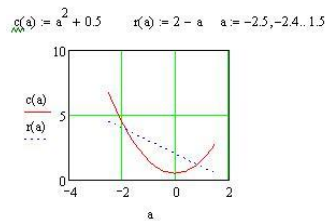
Ученики старших (10 и 11) классов в процессе занятий достаточно быстро освоили начальные понятия линейной алгебры (вектор, матрица), научились вводить век-

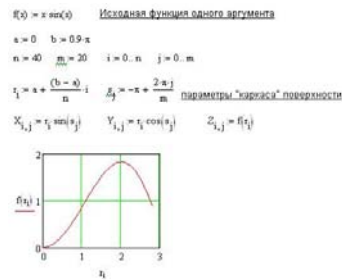
торы и матрицы и использовать их для построения графиков, вычислений средних, максимальных и минимальных значений, сумм и произведений.

Большой интерес учащихся обычно вызывает построение и анализ 3D-графиков. Среда MathCAD имеет широкий набор средств для построения 3D-графиков различного типа - поверхностей, линий уровня, пространственных кривых и проч. На рисунке 5 в качестве примера рассмотрена задача построения поверхности путем вращения плоской кривой относительно оси ординат. Процесс построения основан на формировании двумерных массивов данных (матриц *X* и *Y*) и сопровождается краткими комментариями (см. рисунок 5).

Автор имеет более чем 30-летний опыт работы в вузе, широко использует СКМ при проведении различных учебных занятий (лекционных, практических, бакалаврских, магистерских и дипломных работ, научно-исследовательских работ студентов) и давно и прочно убедился в эффективности практического внедрения СКМ в учебный процесс вуза.

Успеваемость студента в сильной степени зависит от того, владеет он какой-либо СКМ или нет. Для того, чтобы студенты могли, начиная с первого курса, дозировано, но эффективно использовать СКМ, школьники стар-





легчит адаптацию молодого человека к условиям вузовского периода обучения. Кроме того, внедрение СКМ в учебный процесс существенно повышает информативность школьных занятий и освобождает учеников от непроизводительных затрат времени на выполнение рутинных операций.

ших классов должны иметь начальные сведения об одной из СКМ. Ознакомление с начальными элементами практического использования этих программ служит целям предварительной подготовки выпускников школы к этапу вузовского образования. Такая предварительная подготовка резко об-

Литература

1. *Ивановский Р.И.* Математическое программное обеспечение в образовательном процессе, Компьютерные инструменты в образовании, 2002, № 6.
2. *Ивановский Р.И.* Компьютерные технологии в науке и образовании. Практика применения систем MathCAD Pro. Учеб. пособие. М.: Высшая школа, 2003. 432 с.

*Ивановский Ростислав Игоревич,
 доктор технических наук,
 профессор кафедры РВ и КС ФТК
 Государственного политехнического
 университета, член президиума НМС
 по информатике Министерства
 образования и науки.*

**Наши авторы,
 2005. Our
 authors, 2005.**